

Les mathématiques sont d'abord une science qui nous apprend des choses sur le monde.

Expérimenter dans le monde, c'est traduire le réel par des signes.

Traiter ces signes, c'est faire des mathématiques.



Manipuler et expérimenter en mathématiques

Thierry DIAS

Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud

Swiss Universities



Partie I :
COMPRENDRE

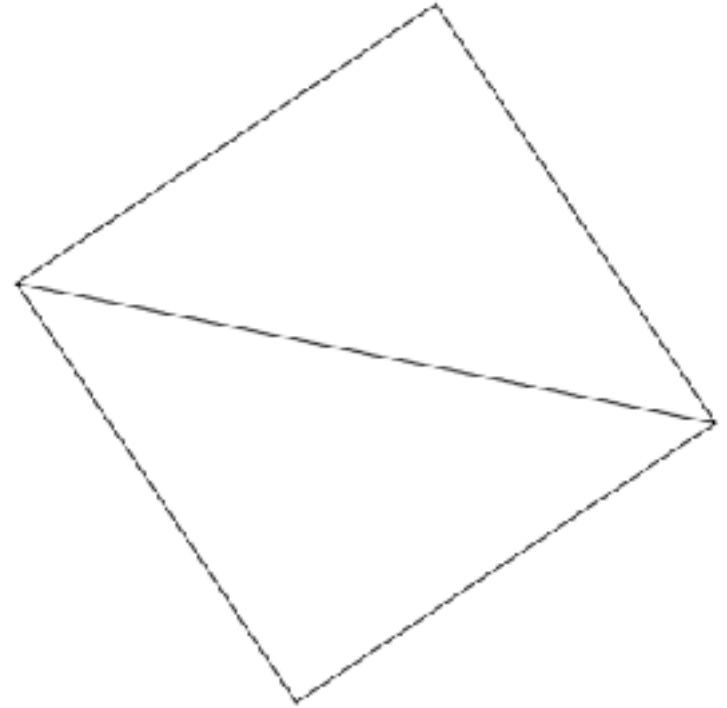
Partie II :
FAIRE

« Pour commencer, il faut commencer, et on n'apprend pas à commencer.

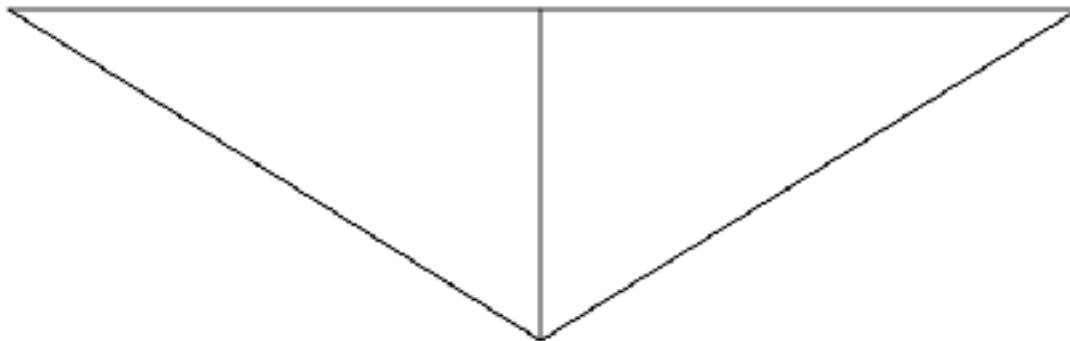
Pour commencer, il faut simplement du courage. »

Vladimir JANKELEVITCH

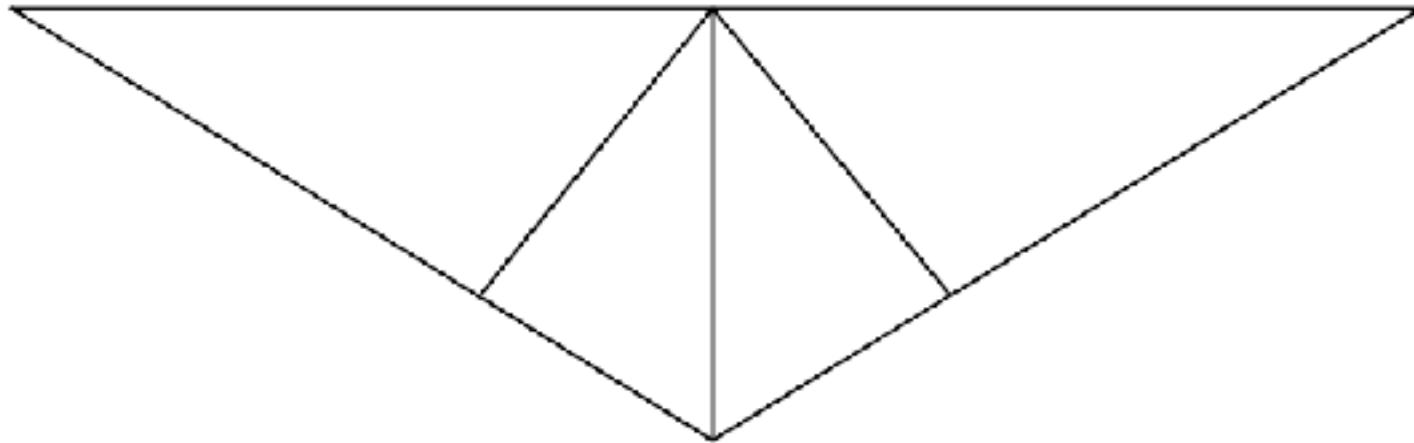
Combien peut-on voir de triangles dans cette figure ?



Et dans celle-ci ?



Et dans celle-ci ?



Partie I

COMPRENDRE

Des expériences mathématiques ?

1. Pour apprendre

Enseigner et apprendre en mathématiques, quelles difficultés ?

- Un héritage scolaire
- Une culture scientifique de référence
- Des connaissances à réactualiser

$$\begin{aligned} \text{Beer} + \text{Beer} + \text{Beer} &= 30 \\ \text{Beer} + \text{Burger} + \text{Burger} &= 20 \\ \text{Burger} + \text{Beer} + \text{Beer} &= 9 \\ \text{Burger} + \text{Beer} \times \text{Beer} &= ? \end{aligned}$$

- 15
- 16
- 17
- 25
- 60
- 70

L'intelligence d'un individu se mesure à la quantité d'incertitude qu'il est capable de supporter.

Emmanuel Kant

Une culture pour l'apprentissage des mathématiques

**acquérir
des connaissances**

- savoirs
- techniques
- méthodes

**construire
des capacités**

- collaboration
- communication
- stratégies d'apprentissage
- pensée créatrice
- démarche réflexive

**développer
des attitudes**

- curiosité
- ouverture d'esprit
- remise en question de son idée
- exploitation positive de ses erreurs



Pour éviter de parler de difficultés...

3 atouts pour mieux apprendre





→ Mettre ses connaissances en actes

ingrédients nécessaires :

- un environnement qui incite à **agir**
- du matériel adapté à la **représentation**
- un climat propice aux interrogations aux doutes et à la **recherche**
- une **ritualisation** de la **verification** favoriser l'**action**



→ Vers des connaissances en
comprendre en **mots** **communiquant** :

- verbaliser : dire, parler,
- expliquer, questionner
- échanger des points de vue,
- débattre, argumenter,
raisonner

permettre
e

la formulation



→ Stabiliser progressivement ses connaissances

s'entraîner pour :

- faire fonctionner ses connaissances
- travailler à son niveau de compétence
- refaire, recommencer pour réussir
- se dépasser, aller plus loin (/vs aller plus vite)
- **modéliser**, généraliser,

décontextualiser → l'institutionnalisation

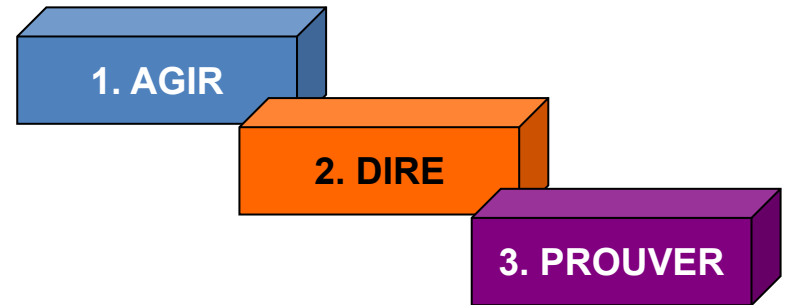
Illustration par la résolution d'un problème

Trois dispositifs adaptés aux étapes présentées :

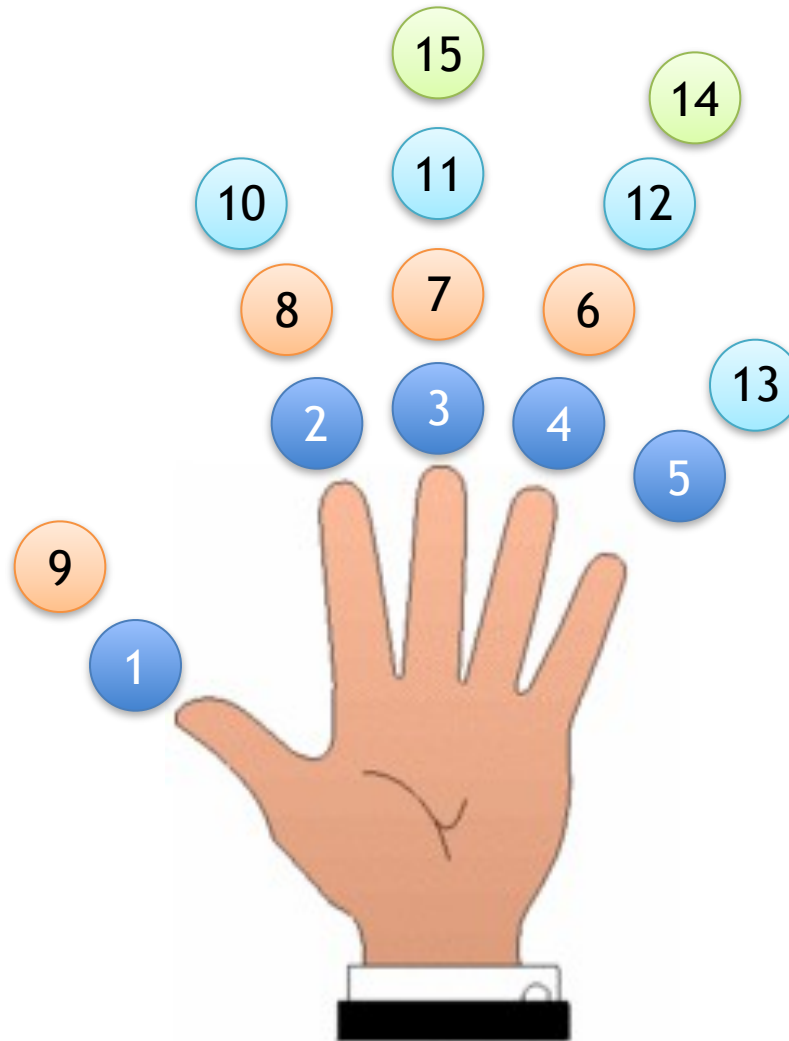
temps 1 : travail individuel

temps 2 : travail en groupes

temps 3 : mise en commun



compter sur ses doigts



question : sur quel doigt sera 1000 ?



Expérimenter, manipuler, investiguer

2. COMMENT



1729

$$\begin{aligned} & - 1^3 + 12^3 \\ & = 9^3 + 10^3 \\ & = 7 \times 13 \times 19 \end{aligned}$$

Expérimenter, manipuler, investiguer

**une démarche d'enseignement/apprentissage
proche de la démarche d'investigation en
sciences**

Le processus sous la direction de l'enseignant

concevoir

stabiliser /
diffuser

L'investigation conduite par les élèves

agir / réfléchir

discuter /
prouver

concevoir

Une étape résolument dans le camp de l'enseignant

- ✓ repérage de l'objectif d'apprentissage
- ✓ analyse des contenus mathématiques
- ✓ choix des tâches et problèmes
- ✓ choix du matériel permettant des représentations adaptées

agir / réfléchir

Le temps de la mise en actes

Un ou plusieurs temps d'action conséquents pour la construction et la réalisation des expériences (en autonomie).

Des actes pour apprendre !

« Au début il y avait l'action. Le mot constitue la fin plutôt que le début du développement. Le mot est la fin qui couronne l'œuvre ».

(Vygotski, 1934/1997, p. 499)

discuter /
prouver

Le temps de la mise en mots !

- des échanges, des interrogations, des doutes;
- des conditions appropriées au débat scientifique,
- des phases de contrôle, de vérification et de discussion de toutes les résultats.

stabiliser /
diffuser

Un temps explicitement dédié à la structuration des connaissances.

- Mettre en évidence les savoirs utilisés au cours de la résolution : notions, techniques, méthode.
- Décontextualisation des connaissances :
→ institutionnalisation
- Un cahier d'expériences rendant compte de l'ensemble du processus.

Même dans une démarche d'investigation, l'objectif reste la réussite du plus grand nombre d'élèves.



Un étayage constant et adapté

- étayages centrés sur l'élève et son investissement
 - enrôler, capter,
 - maintenir l'attention,
 - apaiser les relations
- étayages centrés sur le processus de résolution
 - structurer la résolution,
 - aider à la représentation,
 - activer la métacognition.



Un climat tolérant à l'erreur

Faire une erreur ne signifie pas qu'on ne sait pas...

$$9 - 3 : 1/3 + 1 = ?$$



$$3 \times 3$$

$$9 - 3 \times 3 + 1 = 1$$

**Manipuler, bricoler,
essayer...**

3. Avec quoi ?



LABORATOIRE DE MATHEMATIQUES

ici tout est permis :

- le passage à vide
- le plaisir
- l'application
- l'effort



Dans le labo-maths il y a...

des objets divers à manipuler :

- jetons, cartes, pions, cubes, buchettes,
- planche de bois + clous + élastiques,
- les jeux de la classe, Tangrams,
- matériel fabriqué sur demande des élèves

Dans le labo-maths il y a...

des supports de travail diversifiés :

calques, feuilles A4, A3, quadrillages, feuilles
cartonnées, brouillon,

calendrier, grands tableaux, schémas (ou ébauches
de schémas), agrandissements

Dans le labo-maths il y a...

des outils spécifiques :

feutres, surligneurs, ciseaux, règles, crayons, colle

des instruments :

instruments de mesure, calculatrices, tables de multiplication, tablette, ordinateur

Partie II

FAIRE...

Des expériences pour :

- Apprendre à discuter, à débattre
- Apprendre à raisonner
- S'entraîner à calculer
- Pour jouer avec les nombres

des expériences pour...
apprendre à discuter, à débattre

Expérience de débat

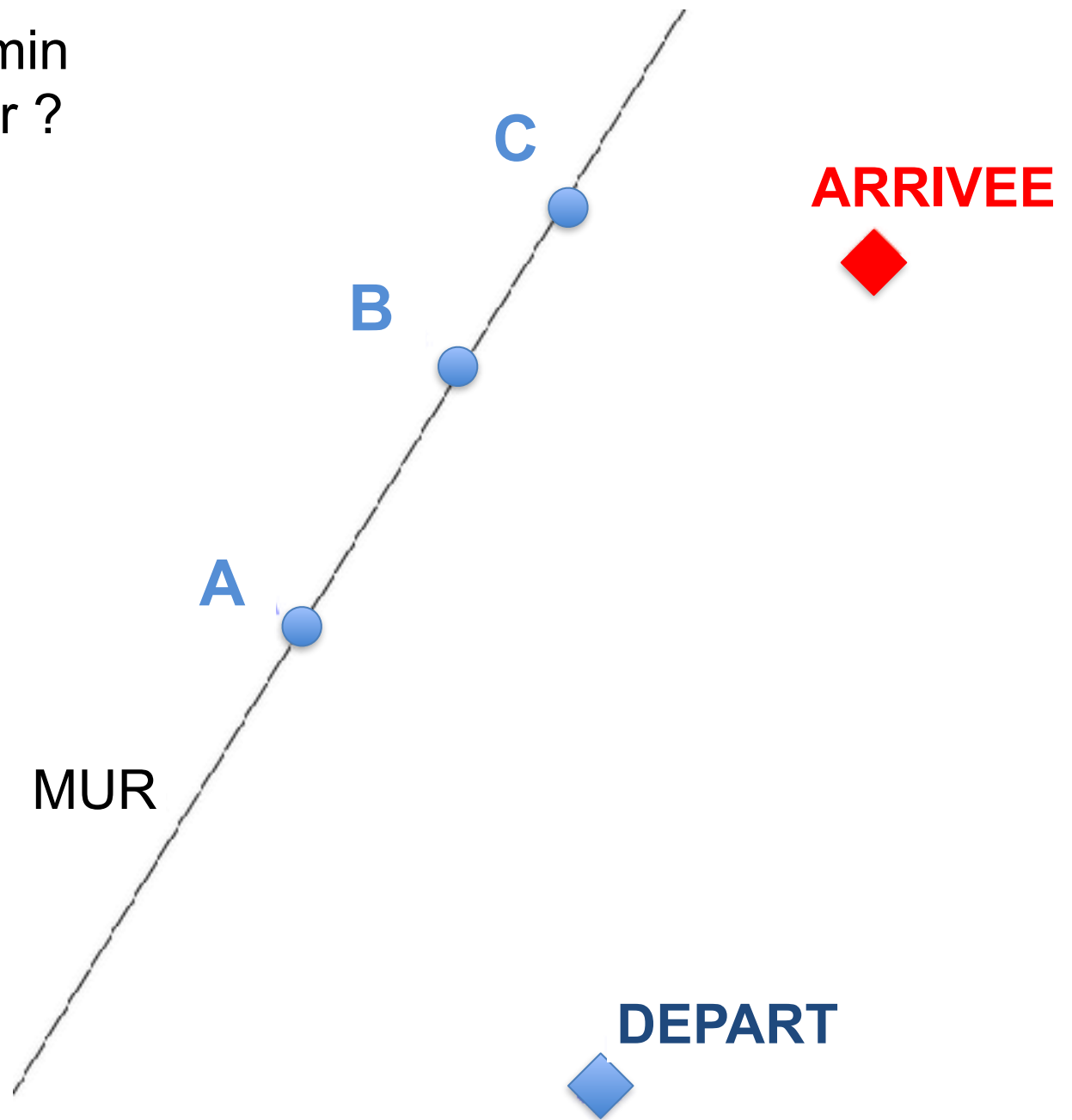
Temps 1 : présentation du problème

Temps 2 : présentation d'un argument pour chaque solution

Temps 3 : convaincre les autres de la validité de son argument

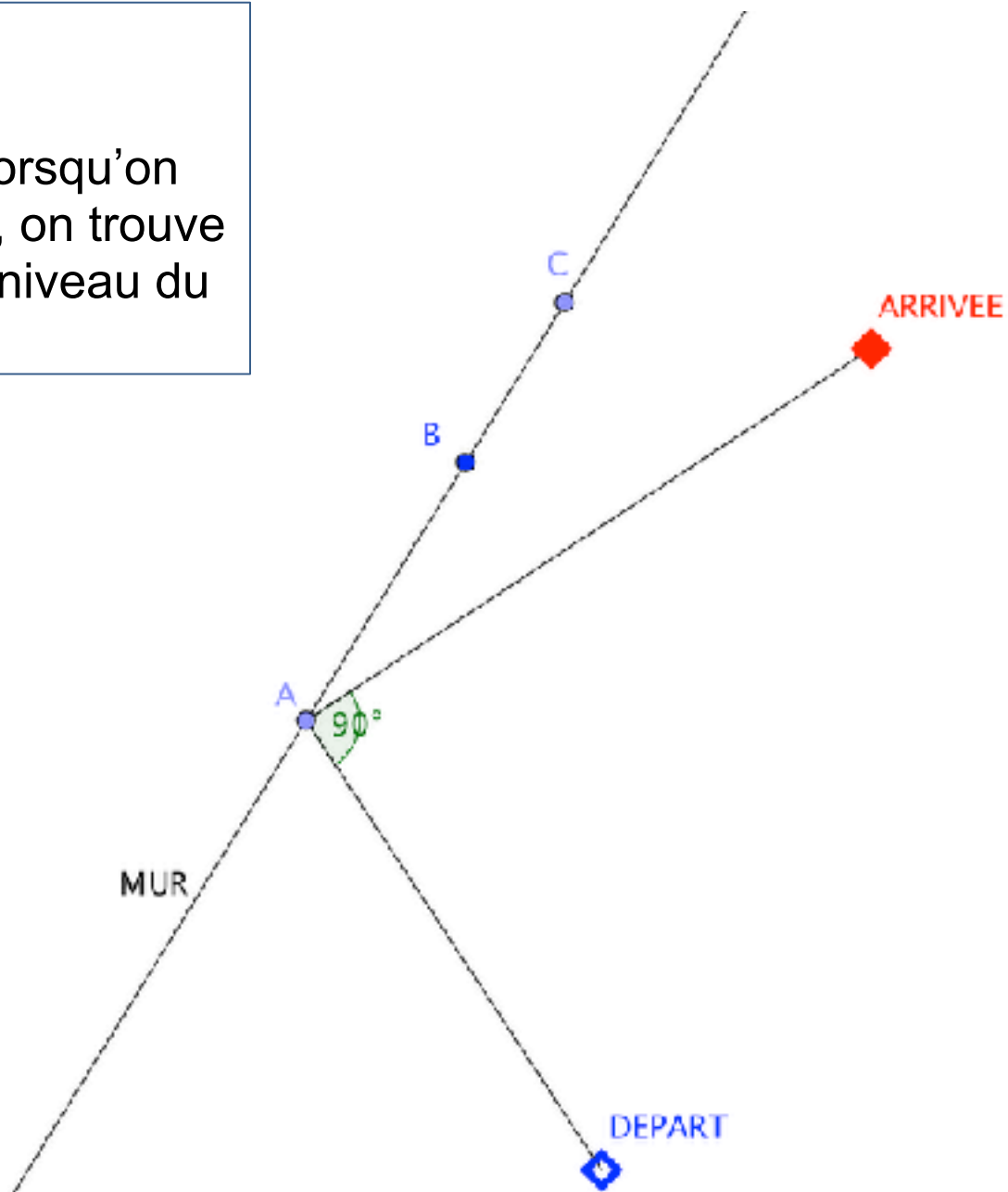
Temps 4 : vote

Le plus court chemin
en touchant le mur ?



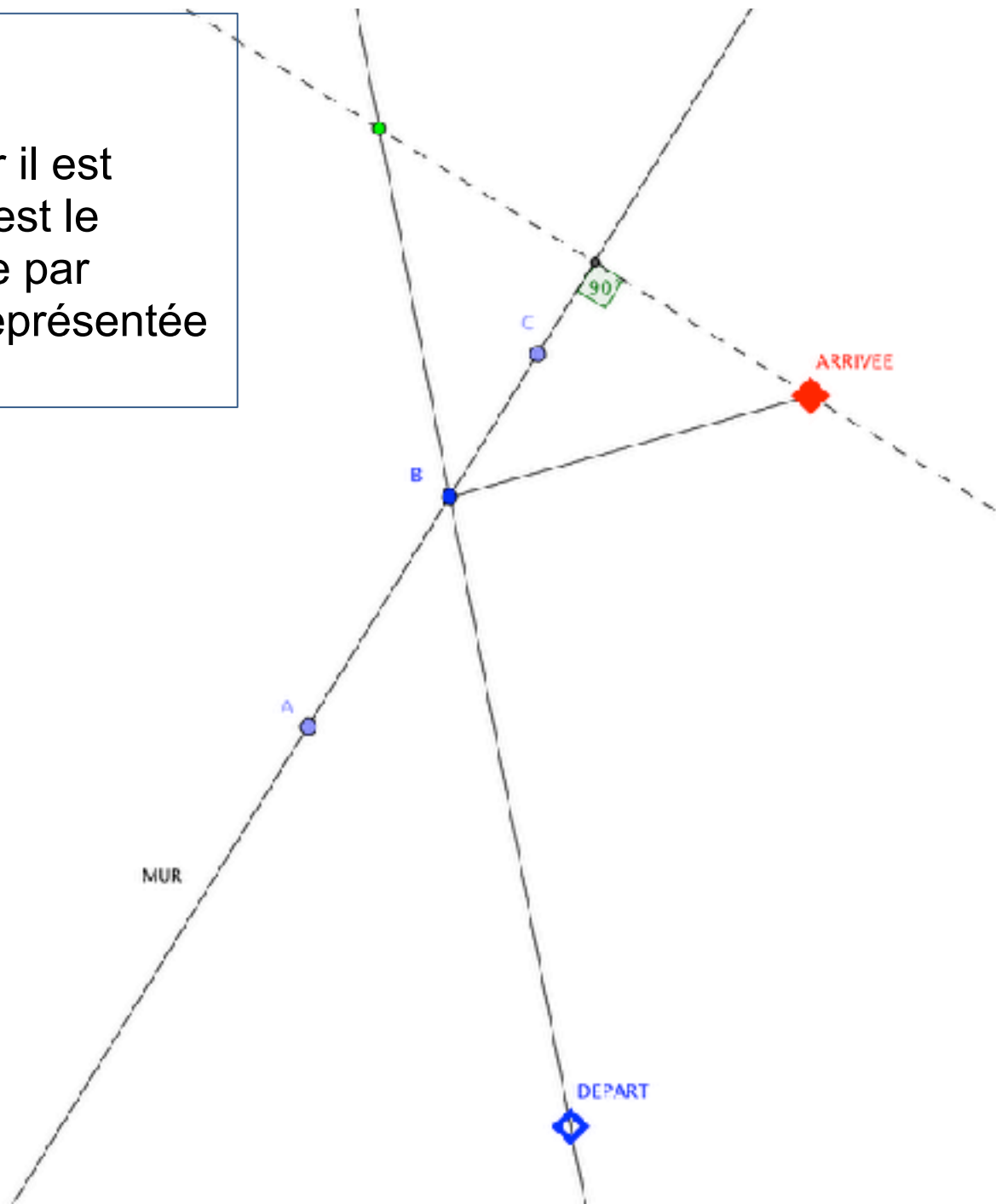
Argument réponse A

La réponse est le point A car lorsqu'on trace le chemin passant par A, on trouve un angle d'exactement 90° au niveau du mur.



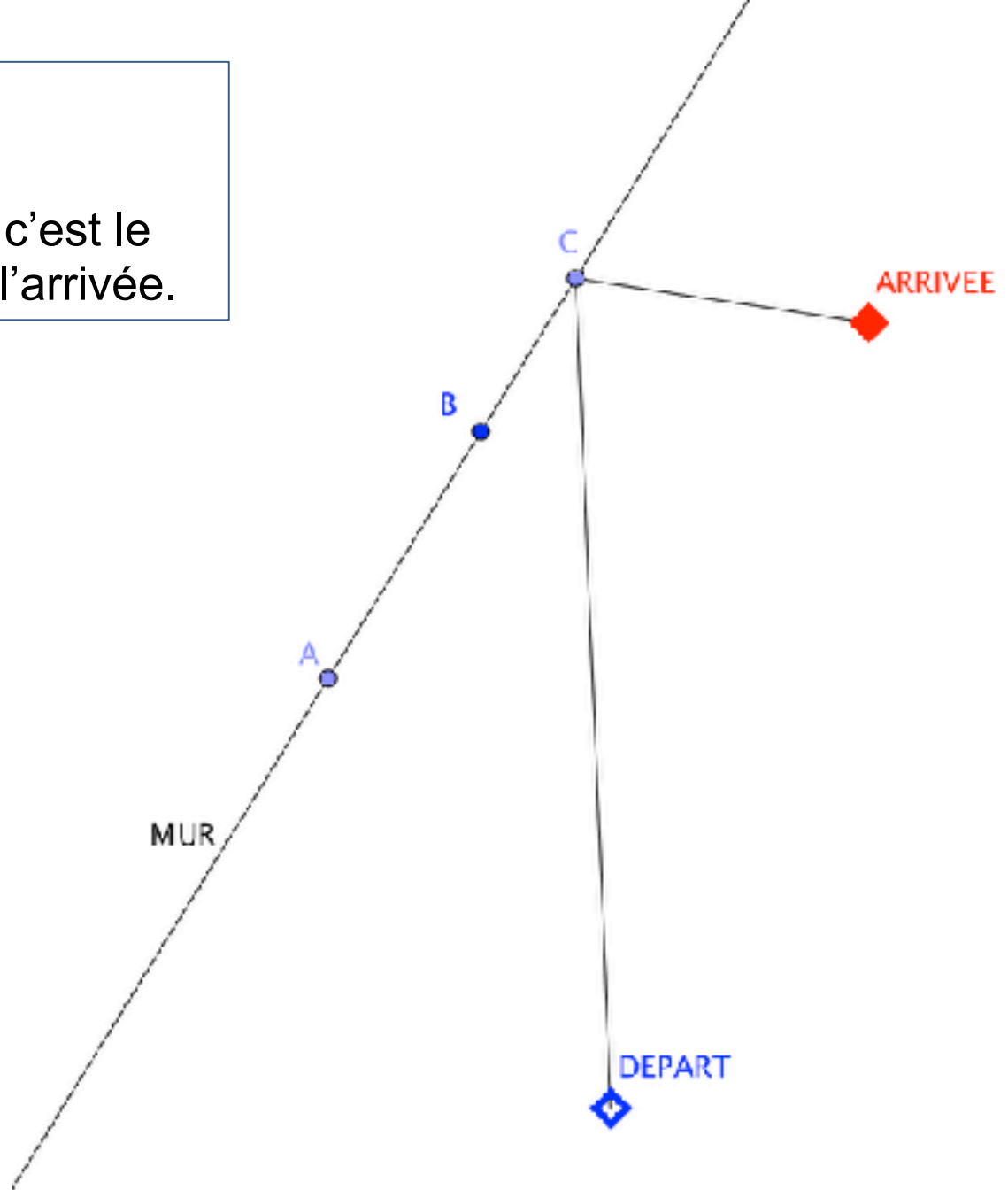
Argument réponse B

La réponse est le point B car il est aligné avec le point vert qui est le symétrique du point d'arrivée par rapport à l'axe de la droite représentée par le MUR.

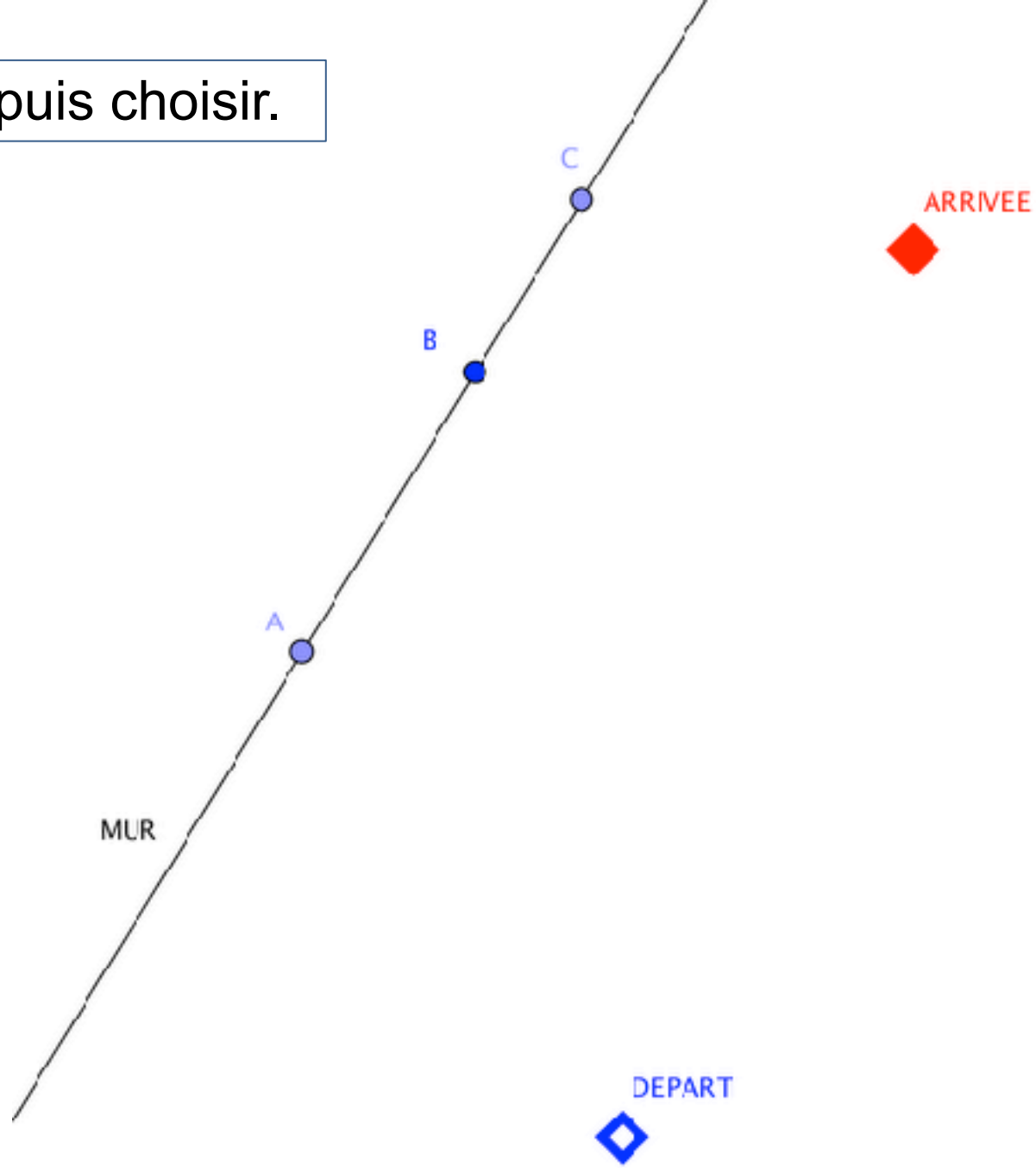


Argument réponse C

La réponse est le point C car c'est le point le plus près de celui de l'arrivée.



Convaincre, puis choisir.

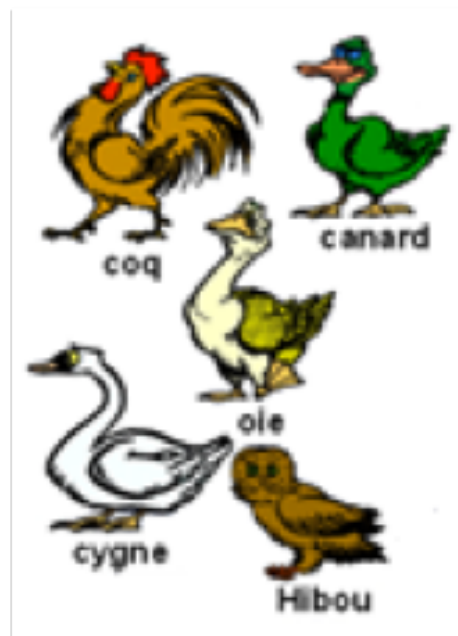




La mathématique du chat, Geluck

... des expériences
pour apprendre à raisonner

Niveau 1



Le coq n'a personne derrière lui.

L'oie n'a personne devant elle.

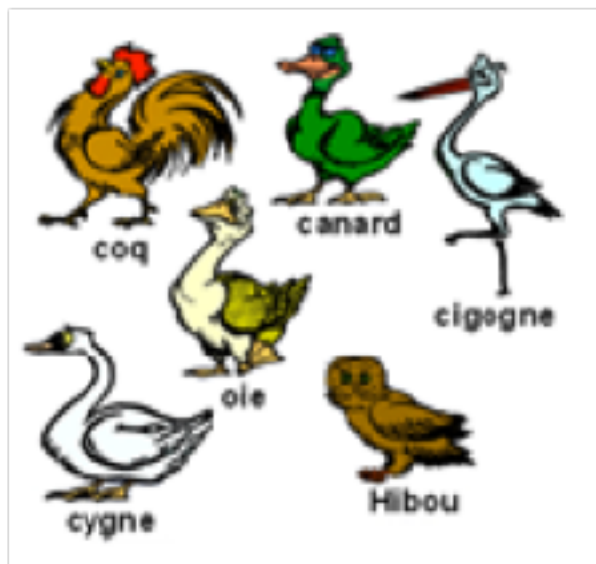
Le canard est entre le cygne et le hibou.

Le cygne n'est pas devant le hibou.

--	--	--	--	--

←

Niveau 2



Le cygne suit le canard.

Le coq suit le cygne.

La cigogne est juste devant le canard.

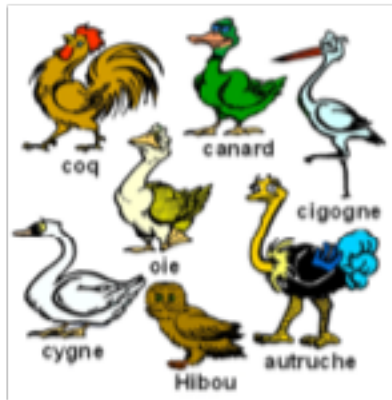
Le coq est avant dernier.

L'oie n'est pas première.

--	--	--	--	--	--

←

Niveau 3



Le hibou n'est pas derrière le cygne.

L'autruche est suivie par 4 oiseaux.

L'oie est juste devant le coq.

Le canard n'a personne devant lui.

					cigogne	
--	--	--	--	--	---------	--

←

Où est le trésor ?

1



Il est là.

2



Il n'est pas là.

3



Il n'est pas
derrière la 1.

Un seul message est vrai.

Quelle porte ouvrir pour trouver le trésor du premier coup ?

Où est le trésor ?

1



Il est là.

2



Il n'est pas là.

3



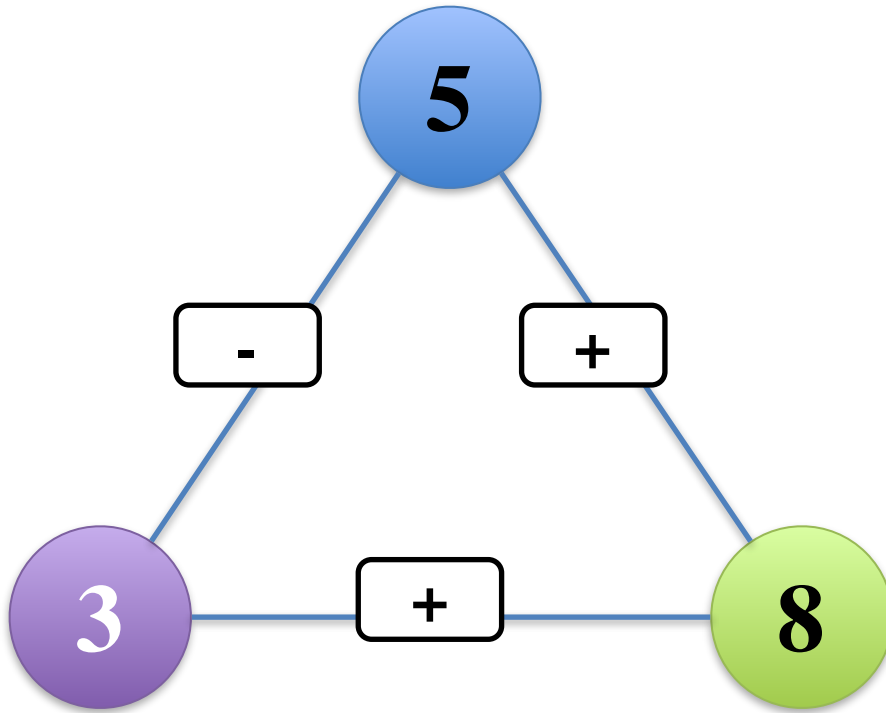
Il n'est pas
derrière la 1.

La phrase vraie est celle de la porte 3.
Le trésor est derrière la porte 2.

Porte 1	Porte 2	Porte 3	
Vraie	Fausse	Fausse	Impossible : deux messages contradictoires (1 et 2)
Fausse	Vraie	Fausse	Impossible : deux messages contradictoires (1 et 3)
Fausse	Fausse	Vraie	Correct : le trésor est derrière la porte 2



... des expériences
pour s'entraîner,
à calculer



$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} = 10$$

$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} = 11$$

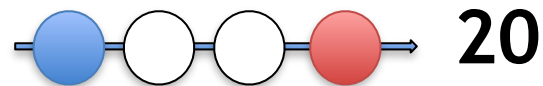
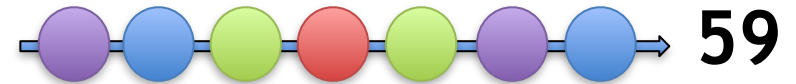
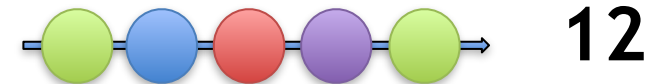
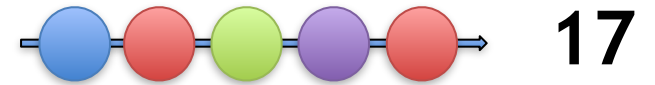
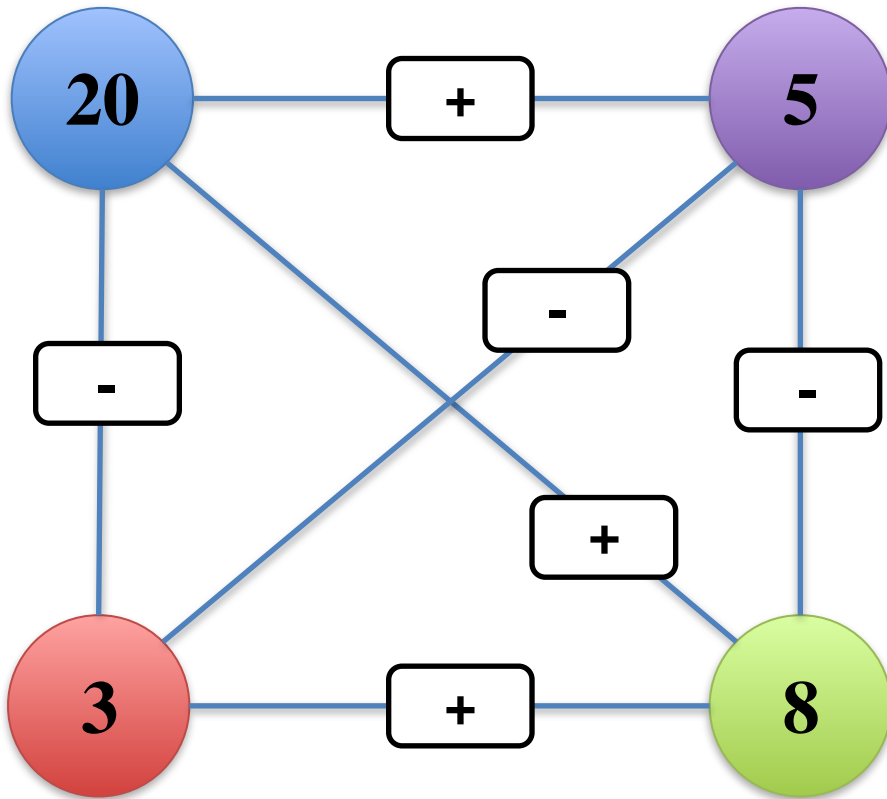
$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} = 3$$

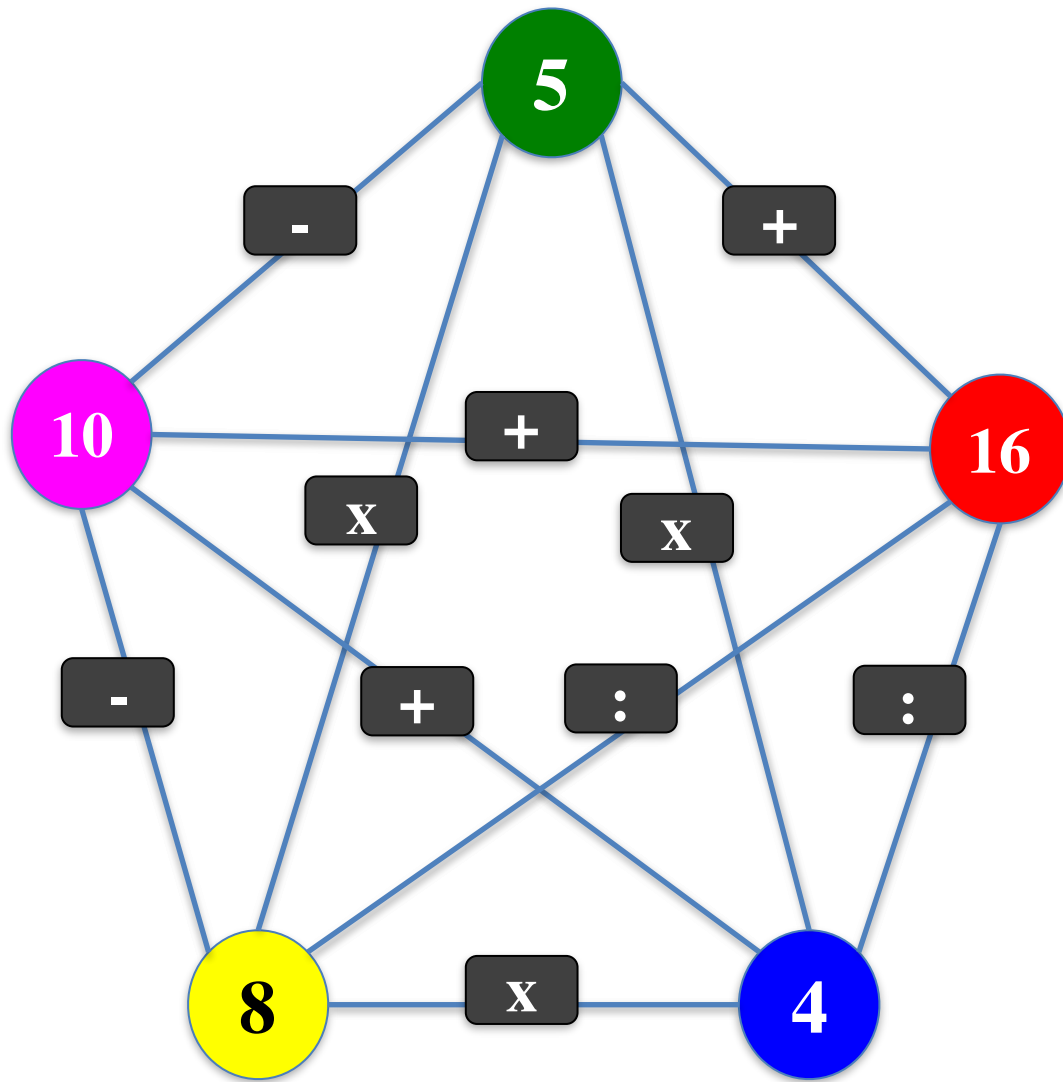
$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} 5 + 8 + 3 =$$




16




$$\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} 8 + 5 - 3 =$$






10











   = 20


   = 2

     = 4

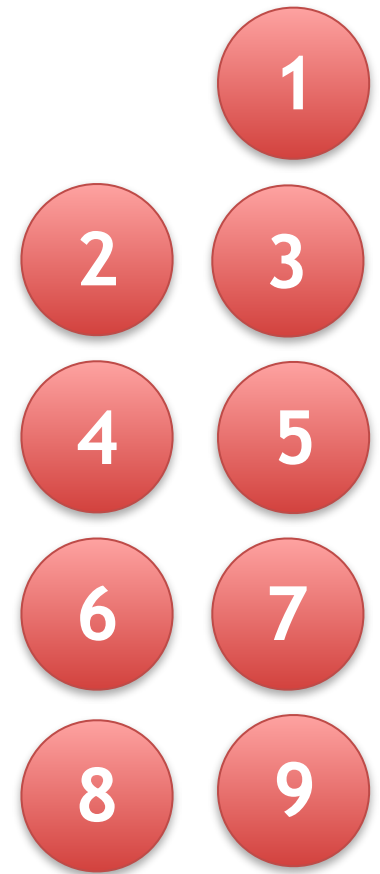
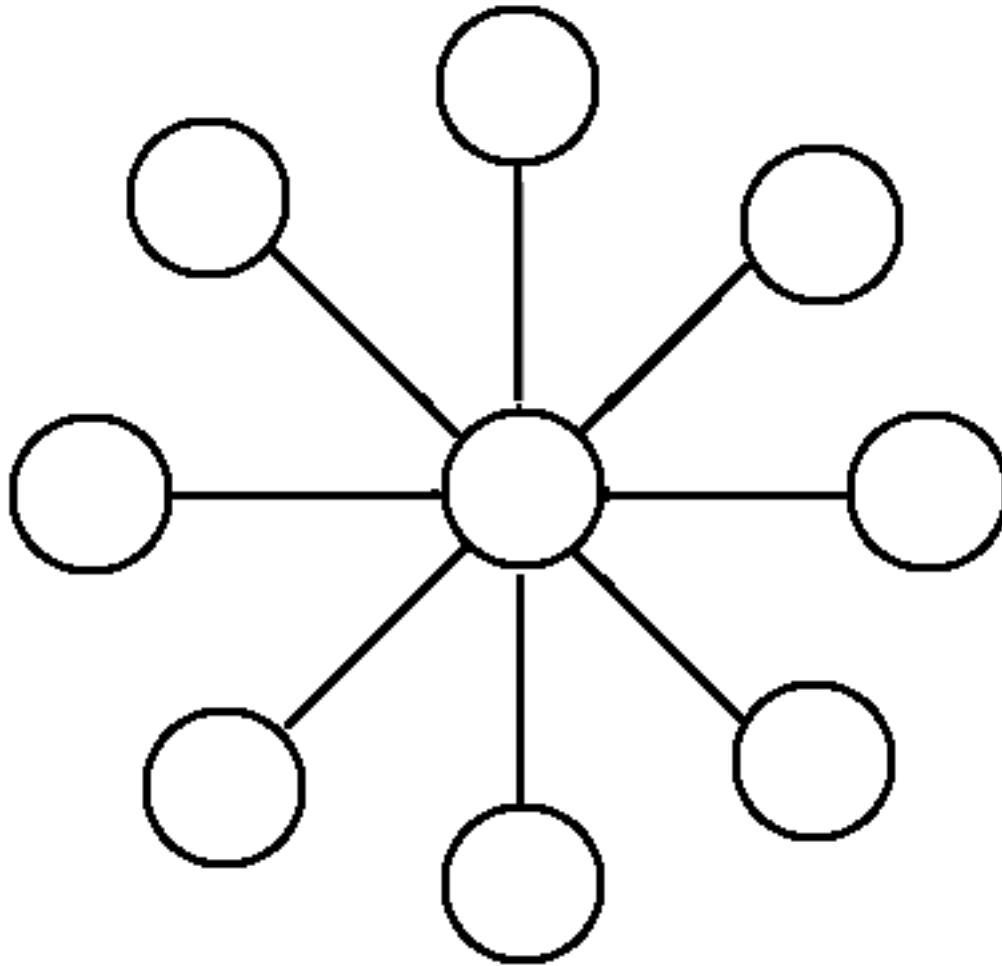
      = 20

**... des expériences
pour jouer avec les
nombres**

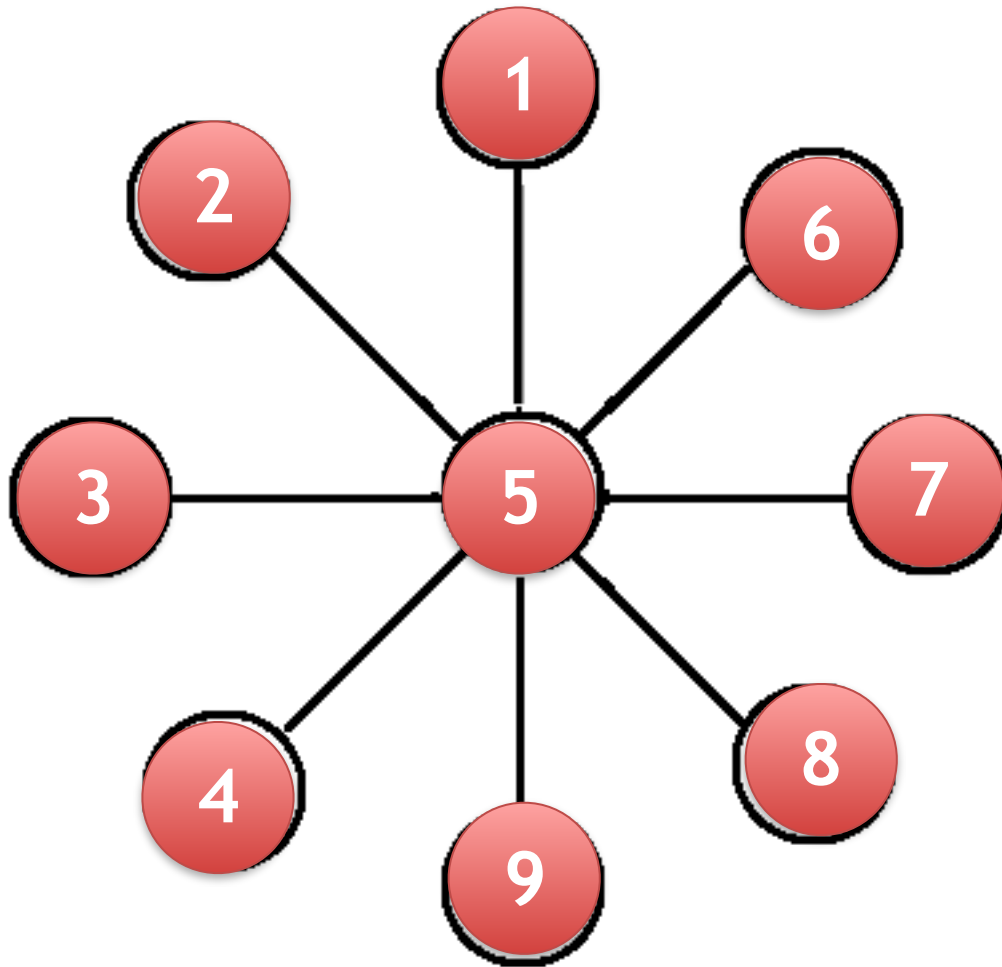
Quel sera le dernier nombre de cette suite ?
Pourquoi ?

973 - 189 - 72 - 14 - 

Placer les nombres de 1 à 9 pour faire la même somme sur chaque branche de l'étoile de Noël.



Placer les nombres de 1 à 9 pour faire la même somme sur chaque branche de l'étoile de Noël.



Faire des mathématiques,
faire faire des mathématiques,
aider à faire des mathématiques,
oui il existe des trucs pour réussir !

aider

réussir



Faire des mathématiques, faire faire des mathématiques, aider à faire des mathématiques, oui il existe des trucs pour réussir !

Créer des environnements apaisants

ingrédients

l'action

le plaisir

le jeu

la répétition

supports

l'enquête

la narration

l'énigme

le rituel

**merci de votre attention
et de votre participation !**

thierry.dias@hepl.ch

infos complémentaires, appuis
pédagogiques et didactiques,
idées de recherches :



une méthode à succès :

